Noesis
Quantitative
Research

METODOLOGÍA "Black-Litterman Global Asset Allocation Model"

En este artículo se expone la base de la metodología del modelo desarrollado por Fisher Black y Robert Litterman para superar la problemática de la optimización tradicional por media y varianza iniciada con Markowitz.

Enero de 2007

Noesis Quantitative Research

Carlos Jaureguízar Francés 915·53·50·54

Introducción

Robert Litterman y Fischer Black desarrollaron el modelo de distribución de activos en la gestión de carteras (asset allocation) conocido como *Black-Litterman Global Asset Allocation Model*. Fue publicado por la *Financial Analyst Journal* en Septiembre de 1992.

Bob Litterman se incorporó a Goldman Sachs en 1986. Hasta entonces, era Vicepresidente en el departamento de análisis de la Reserva Federal de Minneapolis.

Fischer Black fue un economista estadounidense, conocido especialmente por ser co-autor de la famosa ecuación de Black-Scholes empleada en la valoración de opciones.

En 1992 se conoció el modelo Black Literrman. A medida que los gestores, hasta el momento decepcionados por los resultados de los modelos tradicionales, han ido conociendo el modelo, sus resultados han hecho que se extienda su popularidad y que gane adeptos. Entre sus ventajas destacan el generar carteras diversificadas e intuitivas y la posibilidad de incorporar la visión del mercado del gestor.

El origen: La optimización tradicional por media y varianza

En 1952, Markowitz sorprende a la comunidad financiera internacional con la publicación de un interesante artículo en el "Journal of Finance". En este artículo
demostró cómo podían construirse carteras óptimas, eficientes, puesto que maximizaba la rentabilidad esperada minimizando el riesgo.

Necesita, por tanto, tres entradas, o inputs, como son

- Rentabilidad esperada de los activos
- La desviación estándar o volatilidad de las rentabilidades alrededor del valor esperado
- Las correlaciones entre los activos, pues la volatilidad de la cartera depende de la volatilidad de cada activo y su `forma´ de combinarse

El planteamiento resulta académicamente sólido, pero en la práctica, la optimización por media y varianza no ha obtenido mucha aceptación. Aunque Markowitz deja claro la forma en la que debe optimizarse, poco dice sobre los tres conjuntos de datos necesarios para llevarla a cabo.

En su trabajo "The Intuition Behind Black-Litterman Model Portfolios" (1999), He y Litterman presentan dos razones básicas en la poca aceptación del modelo.

- Muchos gestores deciden las inversiones en activos sin conocer al detalle todo el universo de activos que manejan. Es decir, encuentran acciones infravaloradas, pero no necesariamente sabrían estimar los niveles de valoración de todas las acciones. Los modelos tradicionales necesitan el vector de rentabilidades completo.

- Otro de los problemas es que esta metodología reparte la rentabilidad en función del riesgo, y luego obtiene de este reparto la ponderación de los activos en la cartera. Algo complicado para el gestor, que piensa habitualmente directamente en pesos de los activos en la cartera, no es términos de contribución en rentabilidad / riesgo. Los gestores observan que los resultados de la optimización son carteras extremas (corners), muy sesgadas hacia algún activo en concreto, carteras poco intuitivas y difícilmente justificables de cara a un inversor.

Los tres conjuntos de datos que requiere el modelo de optimización clásico (rentabilidad esperada, volatilidad esperada y correlación esperada) son importantes. Sin embargo, el más importante es el de la rentabilidad esperada. Muchas veces se emplean rentabilidades históricas. Sin embargo, los errores de estimación son grandes y el modelo es especialmente sensible. Es en este punto donde Fisher y Litterman deciden que hay que replantear la teoría de carteras para hacerla más útil al profesional.

El factor más importante: La rentabilidad esperada

Para ilustrar esta problemática, partamos de una optimización clásica por media y varianza. Supongamos una institución que desea realizar el asset allocation en base a los 18 sectores de la bolsa europea representados en los 18 subíndices del EuroStoxx 50.

Vamos a realizar una aproximación partiendo de una rentabilidad esperada idéntica de los 18 sectores del 7% Los datos de volatilidad y correlación esperados utilizados serán los datos históricos, aún sabiendo que no se mantienen constantes (no parece oportuno abordar la problemática de la predicción de volatilidades y correlaciones, o de covarianzas, en este artículo, dada la extensión que requeriría).

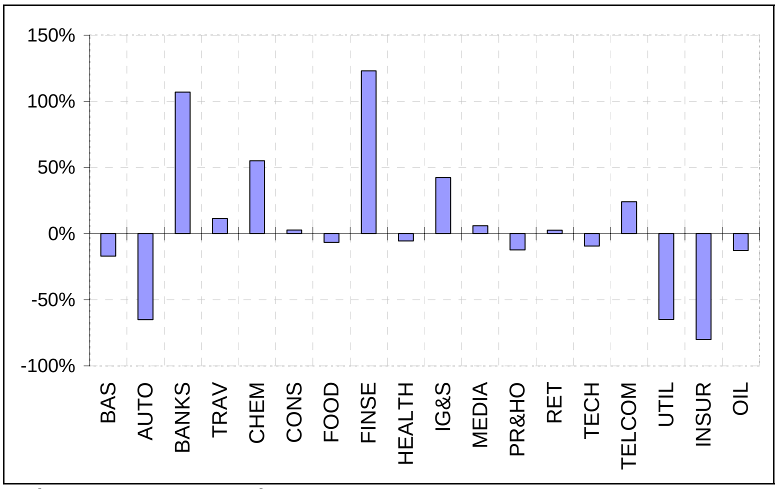

Gráfico 1 : Distribución de activos

Partimos de una rentabilidad esperada del 7% para los 18 sectores. La única restricción que estableceremos será que la suma de todos los pesos sea del 100%. Los resultados pueden observarse en el gráfico 1 y en la tabla 1. Después del sector bancario, son el asegurador y el eléctrico los más grandes. Sin embargo, la optimización les asigna un valor negativo (posiciones cortas de venta a crédito). El de servicios financieros, con un tamaño que apenas supera el 2%, obtiene una ponderación difícil de justificar a un inversor …¡el 123%!.

Para evitar que la optimización establezca valores cortos o ventas a crédito, añadimos restricciones artificiales que lo impiden. No obstante, las restricciones son límites artificiales que lo que hacen es impedir el correcto desarrollo del modelo. Cuanto más restrictivo sea, mayor es la parte de distribución que nosotros mismos establecemos.

En la tabla 1 podemos observar, en la columna `Con restricción´, que en los sector es bancario y de telecomunicaciones se concentra el 80% de la cartera. Sin duda, un ejemplo de lo que es una cartera corner.

Además, el modelo es tan sensible que cualquier pequeño cambio en la rentabilidad histórica genera grandes movimientos en la distribución de activos.

El modelo Black Litterman

Como hemos visto antes, el punto de partida seleccionado para la rentabilidad esperada es crucial y la clave de la poca difusión de la optimización clásica. Black y Litterman proponen partir de una situación neutral, de un equilibrio. Argumentan que la definición más sensata de equilibrio sería una serie de rentabilidades esperadas que dejase "límpio" el mercado coincidiendo con los precios de mercado actuales si todos los inversores tuvieran las mismas visiones.

¿En qué se traduce esto? El equilibrio es la ponderación actual por peso de mercado. Es decir, si el sector bancario supone por capitalización el 23,1% de los 18 sectores empleados, su peso inicial será del 23,1%. En lugar de plantear qué peso de la cartera supone una rentabilidad esperada determinada, planteamos lo contrario, qué rentabilidad esperada supone el peso que dicta la capitalización. Esta rentabilidad se obtiene por optimización inversa.

La optimización tradicional, asumiendo la normalidad de los retornos, maximizaría

$$\max \; f = p' \cdot R[E] - (g \cdot p' \cdot C \cdot p/2)$$

la fórmula de Black Litterman genera la rentabilidad implícita teniendo los pesos de capitalización de mercado:

$$RI = g \cdot C \cdot cm$$

Siendo

- p pesos (ponderación, en tanto por uno) (18 filas x 1 columna)
- R[E] vector de 18 rentabilidades esperadas (18 x 1)
- g: Aversión al riesgo (gamma): El modelo emplea un coeficiente de aversión al riesgo. Un dato mayor buscará mayor ponderación de activos más seguros. Es un parámetro que cada gestor debe valorar por sí mismo.
- C Matriz de covarianzas de las rentabilidades: La covarianza mide la variación conjunta (covariación) de dos variables. Esta medida no debe ser utilizada de modo exclusivo para medir la relación entre las dos variables, ya que es sensible al cambio de unidad de medida. El coeficiente de correlación lineal (de Pearson) sí es adimensional.
- cm Capitalización de mercado: El punto de equilibrio es el punto neutral. En el caso de no disponer de un punto de partida, ese punto neutral se calcula mediante la capitalización de mercado.

En la tabla 1 se calcula la rentabilida implícita en el modelo para una gamma de 3,5 y empleando datos diarios de 250 sesiones. Los resultados varían sustancialmente según los datos empleados (diarios, mensuales, …).

SECTORES	Rentabilidad común del 7%	Ponderación rentab. 7% Sin restricción	Con restricción	Rentabilidad implícita	Ponderación capitalización
Materias primas	7%	-17,0%	-	6,49%	1,7%
Automóviles y com.	7%	-65,0%	-	5,99%	4,1%
Bancos	7%	107,0%	35,5%	4,37%	23,1%
Ocio	7%	11,4%	-	4,49%	1,2%
Químico	7%	55,0%	-	5,10%	3,6%
Construcción	7%	2,6%	-	4,45%	3,7%
Alimentación	7%	-6,6%	-	4,10%	3,4%
Servicios Financ.	7%	123,0%	5,3%	3,99%	2,3%
Salud	7%	-5,6%	1,7%	4,76%	3,9%
Bienes y serv indstr.	7%	42,4%	-	4,57%	7,0%
Medios	7%	5,9%	-	3,85%	3,2%
Consumo personal	7%	-12,4%	-	4,84%	3,8%
Minorista	7%	2,5%	12,3%	3,00%	2,2%
Tecnología	7%	-9,4%	-	6,01%	5,3%
Telecomunicaciones	7%	24,1%	45,2%	-1,37%	6,5%
Eléctrico	7%	-64,9%	-	4,77%	8,8%
Seguros	7%	-80,1%	-	5,27%	8,9%
Energético	7%	-12,8%	-	5,56%	7,4%

Tabla 1: Ponderaciones según la rentabilidad.

Un paso más: Incorporación de las visiones del gestor

Resuelto el problema de la rentabilidad esperada, el modelo de Black Litterman da un paso más y permite a los inversores incorporar su visión del mercado. Lógicamente, la rentabilidad implícita en los activos no tiene por qué coincidir con la rentabilidad que esperamos de ellos. Precisamente, la labor del gestor es, en muchos casos, valorar la rentabilidad implícita en el mercado y compararla con su propia visión.

Sin embargo, si "editamos" las rentabilidades implícitas y decidimos variarlas manualmente para ajustarlas a nuestra visión del mercado, de nuevo nos encontraremos con el problema original, generando carteras muy concentradas. Black y Litterman ofrecen una solución mediante un proceso bastante sofisticado de incorporación de visiones de mercado a las rentabilidades. Este modelo sigue generando carteras diversificadas y, además, incorpora la visión del gestor de una manera intuitiva. Es decir, si estimamos un mejor comportamiento del sector eléctrico, la ponderación del sector eléctrico subirá de una manera razonable (aunque parezca obvio que debe ser así, hasta la aparición de la metodología de Black Litterman esto no era sencillo).

Las ideas del gestor pueden ser de tres tipos:

- Absoluta: Por ejemplo, el sector bancario tendrá una rentabilidad del 4%, inferior a la implícita del 4,37%. Se puede añadir un margen (± 0,40%) aunque el modelo original de Litterman no lo contempla. Confianza en la visión del 50%.
- Relativa simple: El sector tecnológico superará al de telecomunicaciones en un 8%, más del spread de equilibrio (6,01% - 1,37% = 7,38%). Confianza de la visión del 60%.
- Relativa múltiple: Conjuntamente, el sector químico y el de materias primas superarán al de utilities y energético (oil & gas) en un 0,2%. Confianza del 40%. Rentabilidad materias primas y químico ponderada

del 5.54% frente al 5.13% de los segundos, es decir, supera en un 0,41. La visión lo reduce al 0,2% por tanto es una visión negativa para el primer par de sectores.

A diferencia de la optimización clásica por media y varianza, el modelo de Black Litterman emplea un punto de partida, una cartera en equilibrio, es decir, no genera los pesos de cada activo en la cartera, sino que parte de los pesos predefinidios.

Existen distintas formas de establecer el punto de partida inicial. Black (1989) desarrolló una forma de obtener las rentabilidades esperadas en equilibrio de mercado. Como señalan He y Litterman (1999), una de las grandes ventajas de esta aproximación es que la cartera de partida resulta óptima para la optimización posterior mediante media y varianza. Es decir, la cartera se encuentra en la frontera eficiente.

La metodología Black Litterman permite incorporar las visiones del gestor, generando un nuevo vector de rentabilidades esperadas y una nueva ponderación de los activos.

Matemáticamente, la expresión de los retornos obtenidos por Black Litterman se obtiene como:

$$E[R] = [(\tau \Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1} [(\tau \Sigma)^{-1}\Pi + P' \Omega^{-1}Q]$$

- $E[R]$ es el (nuevo) vector de rentabilidades esperadas. N x 1, siendo N el número de activos
- τ es un escalar, un factor de compresión que redimensiona la matriz de covarianzas de los retornos históricos para obtener la de retornos esperados. Dado que la incertidumbre de la media es más baja que la de los retornos, el valor de τ debe ser cercano a cero (por ejemplo, 0,10).
- Σ matriz de covarianzas de los excesos de los retornos, por tanto N x N.
- P es una matriz que identifica los activos sobre los cuáles el gestor tiene una visión distinta al equilibrio. K x N, siendo K el número de visiones que incorpora el gestor
- Ω matriz de incertidumbre de las visiones. Dimensión K x K.
- Π vector de rentabilidades en equilibrio obtenido por optimización inversa
- Q vector con la modificación de la rentabilidad esperada sobre el equilibrio de cada visión. Dimensión K x 1.

Conclusión

El modelo de Black Litterman permite generar datos de asset allocation que pueden utilizarse en la práctica. Para ello soluciona el problema del punto de partida de las rentabilidades esperadas por medio del equilibrio de mercado. Además permite incorporar las visiones del gestor de manera eficiente, cuantitativa y coherente.

Queda al gestor trabajar en un modelo que se adecúe a sus necesidades concretas en cuanto a los datos, periodicidad, etc. Además, el gestor puede complementar el modelo que implemente de Black Litterman mediante modelos más sofisticados de estimación de volatilidades y covarianzas.

Referencias y Bibliografía

- Black, Fischer and Robert Litterman, Asset Allocation: Combining Investor Views With Market Equilibrium, Goldman, Sachs & Co., Fixed Income Research, September 1990.

- Black, Fischer and Robert Litterman, Global Portfolio Optimization, Financial Analysts Journal, pages 28-43, September-October 1992.

- Black, Fischer, Universal Hedging: Optimizing Currency Risk and Reward in International Equity Portfolios, Financial Analysts Journal, pages 16-22, July-August 1989.

- F. Black, "Equilibrium Exchange Rate Hedging," National Bureau of Economic Research Working Paper No. 2947 (April 1989)

- Markowitz, Harry, Portfolio Selection, Journal of Finance, pages 77-91, March 1952.

- He, Guangliang and Litterman, Robert, The Intuition Behind Black-Litterman Model Portfolios, Goldman, Sachs & Co., Investment Management Research, Diciembre 1999.

- Best, Michael J. and Grauer, Robert R., On the sensitivity of mean-variance-efficient portfolios to changes in asset means: some analytical and computational results, The review of Financial Studies, Volume 4, Issue 2 (1991), 315-342.

- Merton, Robert C, On Estimating the expected return on the market, an exploratory investigation, Journal of Financial Economics 8 (1980) 323-361.

- Cochrane, John H., Asset pricing, Princeton University Press, (2001).