



NOESIS
ANÁLISIS FINANCIERO

**Noesis
Quantitative
Research**

UN MODELO DE REBALANCEO DE CARTERAS EN BASE AL VAR POR OPTIMIZACIÓN INVERSA Y BLACK LITTERMAN EN UN ENTORNO MIFID

- En este artículo se propone un método para rebalancear las carteras adecuándolas al nivel de VaR deseado (exigible en un entorno Mifid) maximizando la fidelidad a la cartera original.
- El modelo parte de una cartera existente que es la que quiere ajustarse a un nivel de *Valor en riesgo* (VaR) distinto. Para realizar dicho ajuste necesita llevar a cabo los siguientes pasos:
 - Obtener la rentabilidad implícita en dicha cartera por optimización inversa según el modelo Black Litterman.
 - Calcular la frontera eficiente según optimización por media y varianza de forma que la cartera de la que partimos forme parte de ella.
 - Trasládase por la frontera eficiente hasta el nivel de VaR deseado, reajustando la ponderación de la cartera.

Julio de 2007

Noesis Quantitative Research

Carlos Jaureguizar Francés 915·53·50·54

Nota legal: La información de este artículo tiene fines puramente informativos, no supone una recomendación de compra venta alguna de ningún tipo de activo financiero, ni por parte del autor ni por parte de la empresa Noesis Análisis Financiero.

Introducción

La incorporación de la normativa Mifid supondrá en la práctica un control más estricto de los riesgos y la obligatoriedad de adaptar las carteras a distintos niveles de riesgos. El objetivo de este artículo es dotar a los profesionales de la gestión de carteras de una metodología que permita optimizar los resultados en la adaptación de las carteras a los niveles de riesgo, haciendo énfasis en ejemplos de gestión real, en lugar de en los aspectos matemáticos de la metodología.

Markowitz (1952) formuló las bases de la teoría moderna de carteras, combinando los dos objetivos básicos de la gestión, que son la maximización de la rentabilidad y la minimización del riesgo. Durante décadas, la teoría moderna de carteras ha permanecido en la comunidad académica, pero con un impacto muy limitado en la gestión real.

He y Litterman (1999) mencionan dos razones principales. La primera es que los gestores se fijan tan sólo en una parte del universo potencial de activos. Sin embargo, la formulación de Markowitz exige como *input* el vector completo de rentabilidad esperada para todos los activos del universo de inversión. Una aproximación, sin duda, poco realista. La segunda razón que aducen es que los gestores piensan en términos de ponderación de los activos en las carteras, no en términos del ratio de contribución de un activo a la rentabilidad esperada de la cartera frente al riesgo adicional. La aproximación de Markowitz obtiene los pesos de la cartera como resultado de la contribución a la rentabilidad esperada y riesgo de cada activo, algo que genera carteras extremas, poco intuitivas y de difícil justificación ante los clientes.

Precisamente, a raíz de la observación del escaso impacto que en la comunidad gestora tenía la aproximación de Markowitz, Black y Litterman (1992) deciden elaborar una nueva aproximación a la teoría moderna de gestión de carteras. Para ello, el modelo parte de una cartera concreta, de equilibrio, estableciendo la forma en la que los pesos de la cartera se optimizan de manera intuitiva para el gestor evitando carteras extremas.

Los problemas de la optimización clásica

La optimización clásica de Markowitz requiere como *inputs* tanto las rentabilidades esperadas de todos los activos del universo de inversión como sus varianzas y covarianzas esperadas.

Como menciona Merton (1980), los resultados ex-post de la cartera con pesos optimizados de forma tradicional dependen enteramente de los inputs empleados, especialmente en el caso de las rentabilidades esperadas. En general, los gestores disponen de datos parciales de rentabilidades esperadas, incluyendo una proporción pequeña de activos frente al universo potencial. En cuanto a las varianzas y covarianzas esperadas, la información disminuye sensiblemente.

Carteras extremas

La distribución de activos mediante la metodología de optimización clásica por media y varianza genera carteras extremas. Es decir: o bien posiciones de gran peso, tanto largas como cortas, o bien concentración en pocos activos. Al no tener en cuenta la capitalización de los sectores o de los activos, este modelo puede incorporar grandes posiciones compradoras en activos de escasa capitalización y liquidez, y grandes posiciones cortas en activos y sectores de mucho peso en el mercado. Este hecho supone un problema para la gestión real de carteras.

Dado que la metodología clásica sobrepondera los activos con alta rentabilidad esperada, correlación baja y poca volatilidad, el empleo de una rentabilidad esperada idéntica (por ejemplo una media) o de la rentabilidad histórica de los activos (Merton, 1980) genera las posiciones extremas mencionadas. El empleo de restricciones limita las posiciones, provocando movimientos de tipo corner. Por ejemplo, en caso de impedir las posiciones cortas, generalmente aparecerán activos con posición cero, lo cual significa que han sido directamente eliminados de la cartera, concentrando las posiciones en el resto de activos.

Sensibilidad a la rentabilidad esperada

La gestión y optimización tradicional por media y varianza se enfrenta a un gran problema por la enorme sensibilidad de las carteras eficientes a las variaciones en las rentabilidades esperadas, según observaron Best y Grauer (1991). Además, dichos autores destacan que en el caso de impedir posiciones en corto (algo muy habitual en la gestión de carteras) cambios sorprendentemente pequeños en la rentabilidad esperada de los activos provocan grandes cambios en la ponderación (en los casos que estudian, observan con qué facilidad la mitad de los activos salen de la cartera) sin que se produzcan apenas variaciones en la rentabilidad esperada y volatilidad de la cartera global.

Este hecho plantea la necesidad de rentabilidades esperadas estables. Merton (1980), Black y Litterman (1992) y He y Litterman (1999) demuestran que opciones como emplear rentabilidades históricas o idénticas para todos los activos derivan en carteras muy extremas (concentradas en pocos activos o con enormes posiciones largas y cortas).

Cartera neutral en equilibrio

Dada la necesidad de emplear rentabilidades esperadas estables, el modelo Black Litterman parte de un punto de equilibrio desarrollado por Black (1989). Dicho desarrollo surge para obtener el ratio de cobertura del riesgo de cambio de una cartera de acciones internacionales. Como expone Black, la diversificación internacional reduce el riesgo y aumenta la rentabilidad esperada, por lo que es deseable. Sea cual sea el nivel de volatilidad del mercado, volatilidad de los tipos de cambio, correlación entre tipos de cambio y correlación entre tipos y acciones, en equilibrio los precios se ajustan hasta que todos los inversores quieren mantener sus carteras y existe contrapartida para cualquier contrato de tipo de cambio.

Aplicando este desarrollo, el vector de rentabilidades esperadas del modelo Black Litterman puede interpretarse como la rentabilidad a largo plazo de una cartera de equilibrio compuesta por todo el mercado de capitales. Esta cartera inicial incorpora posteriormente las visiones del gestor y la fase de selección de activos hasta llegar a la cartera final.

Realizando algunas suposiciones, puede obtenerse la rentabilidad esperada de los pesos de una cartera calculando la volatilidad de la cartera y qué rentabilidades generarían un ratio Sharpe concreto (rentabilidad esperada frente a volatilidad de la cartera).

El objetivo de este artículo es adaptar dicha cartera final (que incorpora todo el proceso de asset allocation, visiones del gestor y selección de activos) a un nivel de riesgo por VaR distinto por necesidad de adecuación al perfil de riesgo de un inversor (normativa Mifid).

**Normativa
Mifid**

La normativa MIFID (siglas en inglés de la Directiva 2004/39/CE, de 21 de abril de 2004, sobre Mercados de Instrumentos Financieros) es una parte esencial del Plan de Acción de Servicios Financieros (PASF) que la Unión Europea aprobó en mayo de 1999 para integrar los mercados financieros europeos (se puede consultar esta normativa en la página web de la Comisión en http://ec.europa.eu/index_es.htm). La trasposición de la normativa a la legislación española está prevista para una entrada en vigor en Noviembre de 2007.

Uno de los objetivos claves de la MIFID es "Exigir a cuantos intermediarios financieros presten servicios de inversión -ya sean Entidades de Crédito o Sociedades y Agencias de Valores- que sigan normas muy estrictas en defensa de los intereses de sus clientes y observen ciertas reglas de buena organización".

El alcance de la MIFID es muy amplio: todas las personas y entidades que actúan en los mercados de valores se verán afectados, cambiará la estructura de los mercados y afectará a la forma de operar de las empresas de inversión, a su organización y a cómo se relacionan con sus clientes.

La MIFID supone un reto importante para las entidades, mercados y supervisores. Las entidades deberán recabar información sobre el cliente en lo relativo a su experiencia, conocimientos, capacidad financiera y objetivos de inversión. Es decir, en definitiva, un perfil de riesgo del cliente claro. En el caso de la gestión discrecional de carteras, dicho perfil debe ser claro y completo, frente a los casos de mera comercialización de productos.

En la práctica, los perfiles de inversión llevarán asociados niveles de riesgo. Es una práctica extendida la medición de riesgos mediante el *valor en riesgo* (VaR). Es precisamente en este punto en el que los gestores tendrán que realizar adecuaciones y optimizaciones de las carteras de sus clientes para adaptarlas a los niveles de riesgo que el perfil del cliente refleje. En el futuro, los gestores de carteras se verán obligados a monitorizar y realizar cambios, probablemente frecuentes, en la ponderación de sus carteras para adecuarlas al VaR.

**Ejemplo: la
cartera de un
inversor**

Supongamos que un gestor tiene un cliente tipo, caracterizado por un perfil de riesgo dado.

Este inversor tiene interés en invertir 250.000 euros en el subsector Biotecnológico del sector farmacéutico europeo. A su vez, en un entorno Mifid deberá haber recabado la información sobre su perfil de riesgo. Supongamos que según esta información, la cartera del inversor no debería superar el 24% de VaR anual.

El gestor decide emplear el índice Dow Jones STOXX TMI Biotechnology. Dicho índice está compuesto por 7 valores con distinta ponderación. El gestor ajusta la cantidad de títulos que debe comprar redondeando a la baja, por lo que queda un mínimo remanente en cuenta.

Dow Jones STOXX TMI Biotechnology				
ISIN	Valor	Ponderación	Nº Títulos	Precio
CH0010532478	ACTELION N	27,8%	2685	25,84
CH0011432447	BASILEA PHARMACEUTICA	8,9%	126	176
CH0001441580	BB BIOTECH	10,0%	339	73,9
GB0001001592	BTG	1,9%	42	113
NL0000358562	CRUCCELL	7,2%	1163	15,52
DK0010272129	NOVOZYMES	29,9%	205	362,5
NL0000240000	QIAGEN	14,3%	3347	10,68

Tabla 1: composición de la cartera inicial

El gestor realiza las mediciones sobre el riesgo de la cartera del inversor. Para ello emplea 252 sesiones en el cálculo del VaR diario y anualiza empleando la raíz cuadrada del tiempo (suponiendo un factor de anualización de 252 días). Obtiene, mediante el método paramétrico, un VaR anual del 27%, por tanto superior al nivel de riesgo que el inversor desea. Bajo la normativa Mifid, el gestor ha realizado un test de idoneidad a la cartera del inversor cuyo resultado es que el riesgo actual es incorrecto.

Test de idoneidad incorrecto

En este punto, el gestor necesita reducir el VaR de la cartera del inversor para adecuarlo a su perfil de riesgo (establecido según la normativa Mifid mediante la información obtenida del propio inversor). Es importante destacar que la composición de la cartera es la que el gestor desea, es únicamente el nivel de riesgo el que no se ajusta al perfil del inversor.

El gestor tiene varias alternativas. La más destacada de ellas es la optimización clásica por media y varianza. Ahora bien, esta metodología, aunque académicamente muy sólida, presenta numerosos inconvenientes en la práctica. Por ello, en este artículo se propone un alternativa mediante un ajuste de niveles de riesgo (VaR) que optimice la nueva ponderación de la cartera respetando la composición de la cartera original y sus parámetros implícitos frente a la posibilidad de emplear una aproximación clásica de optimización por media y varianza, demostrando sus ventajas.

Optimización clásica de la cartera del inversor

La optimización clásica por media y varianza genera carteras empleando como input principal el vector de rentabilidades esperadas. A falta de otra aproximación, el gestor estudia las rentabilidades históricas. En el sector Dow Jones STOXX TMI Biotechnology, la rentabilidad media tomada de 12 en 12 meses ha sido del 27,7% (eliminando las lecturas de Basilea por insuficiente periodo de cotización). Este es el punto de partida de las rentabilidades esperadas.

	Rentabilidad anual junio-junio					
	2006-2007	2006-2005	2005-2004	2004-2003	2003-2002	media
ACTELION	121,8%	-7,4%	-7,6%	59,6%	87,7%	50,8%
BB BIO.	28,5%	9,3%	-3,5%	9,9%	2,3%	9,3%
BTG	-11,7%	-17,7%	51,9%	-8,0%	-58,9%	-8,9%
CRUCCELL	2,0%	-18,8%	194,4%	172,0%	-29,3%	64,1%
NOVOZYMES	62,4%	29,2%	10,7%	53,1%	18,2%	34,7%
QIAGEN	26,1%	9,1%	-0,2%	31,8%	14,4%	16,2%
					Media activos	27,7%

Tabla 2: Rentabilidades anuales componentes del sector

El gestor realiza la optimización por media y varianza obteniendo los siguientes resultados:

Car	Riesgo	RoR	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	VaRa
1	13,4%	27,7%	1,9%	11,3%	53,4%	5,8%	9,2%	12,3%	6,1%	22,1%
2	13,5%	27,7%	7,0%	10,8%	49,4%	5,9%	8,8%	12,3%	5,7%	22,2%
3	13,8%	27,7%	12,2%	10,4%	45,4%	6,0%	8,5%	12,4%	5,2%	22,6%
4	14,2%	27,7%	17,4%	9,9%	41,3%	6,1%	8,2%	12,4%	4,8%	23,3%
5	14,8%	27,7%	22,5%	9,4%	37,3%	6,2%	7,8%	12,4%	4,3%	24,3%
6	15,5%	27,7%	27,7%	9,0%	33,3%	6,3%	7,5%	12,4%	3,8%	25,5%
7	16,3%	27,7%	32,9%	8,5%	29,3%	6,3%	7,2%	12,4%	3,4%	26,8%
8	17,2%	27,7%	38,0%	8,1%	25,3%	6,4%	6,8%	12,4%	2,9%	28,4%
9	18,2%	27,7%	43,2%	7,6%	21,2%	6,5%	6,5%	12,5%	2,5%	30,0%
10	19,3%	27,7%	48,4%	7,1%	17,2%	6,6%	6,2%	12,5%	2,0%	31,8%
11	20,5%	27,7%	53,5%	6,7%	13,2%	6,7%	5,8%	12,5%	1,6%	33,7%
12	21,7%	27,7%	58,7%	6,2%	9,2%	6,8%	5,5%	12,5%	1,1%	35,6%
13	22,9%	27,7%	63,8%	5,8%	5,2%	6,9%	5,2%	12,5%	0,7%	37,7%
14	24,2%	27,7%	69,0%	5,3%	1,1%	6,9%	4,9%	12,5%	0,2%	39,8%
15	25,5%	27,7%	74,2%	4,0%	0,0%	6,6%	3,7%	11,5%	0,0%	41,9%
16	26,8%	27,7%	79,3%	2,3%	0,0%	6,2%	2,2%	10,0%	0,0%	44,1%
17	28,2%	27,7%	84,5%	0,7%	0,0%	5,7%	0,6%	8,5%	0,0%	46,4%
18	29,7%	27,7%	89,7%	0,0%	0,0%	4,7%	0,0%	5,6%	0,0%	48,8%
19	31,1%	27,7%	94,8%	0,0%	0,0%	3,5%	0,0%	1,7%	0,0%	51,2%
20	32,7%	27,7%	100,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	53,8%

Tabla 3: Optimización por media y varianza

Para obtener una cartera óptima deberá realizar cambios profundos en la composición de su cartera, como puede observarse tanto en la tabla 4 como en el gráfico.

	ATLN	BSLN	BIO	BGC	CRCL	NZYMb	QGEN
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
Original	27,8 %	8,9 %	10,0 %	1,9 %	7,2 %	29,9 %	14,3 %
Optimizada	12,2 %	10,4 %	45,4 %	6,0 %	8,5 %	12,4 %	5,2 %
Cambios	-15,6	1,4	35,3	4,1	1,3	-17,5	-9,1

Tabla 4: Cambios necesarios en la cartera

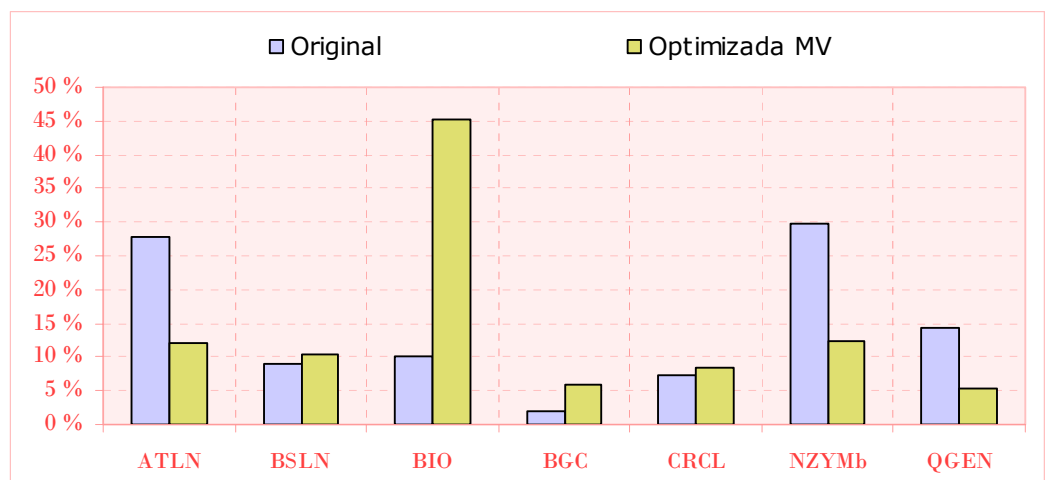


Gráfico 1: Cambios necesarios en la cartera

Por otro lado, el gestor desea incorporar su visión de mercado. Estima

cambios mínimos en la rentabilidad esperada del activo 1 y 6 (Actelion y Novozymes), reduciéndolas de 27,7% al 26,7%. Además, en el caso del activo 4 (Btg) estima una rentabilidad esperada ligeramente superior, del 27,7% al 28,7%.

Los resultados pueden comprobarse en la tabla 5 y en el gráfico . El cambio en las rentabilidades esperadas ha sido mínimo, pero ha provocado que Actelion desaparezca completamente de la cartera, algo difícil de justificar siendo la segunda empresa más grande del sector. Por otro lado, Novozymes, la empresa más grande del sector, ha reducido su ponderación a sólo n 5,2%. En niveles de VaR ligeramente superiores ambas empresas desaparecen de las carteras óptimas, por lo que la exposición a un 57,6% del sector desaparece.

	ATLN	BSLN	BIO	BGC	CRCL	NZYMb	QGEN
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7
Original	27,8 %	8,9 %	10,0 %	1,9 %	7,2 %	29,9 %	14,3 %
Optimizada	0,0 %	12,0 %	57,0 %	8,3 %	10,6 %	5,2 %	6,9 %
Cambios	-27,8	3,1	47,0	6,4	3,4	-24,6	-7,4

Tabla 5: Cambios necesarios en la carteras tras incorporar visiones del gestor

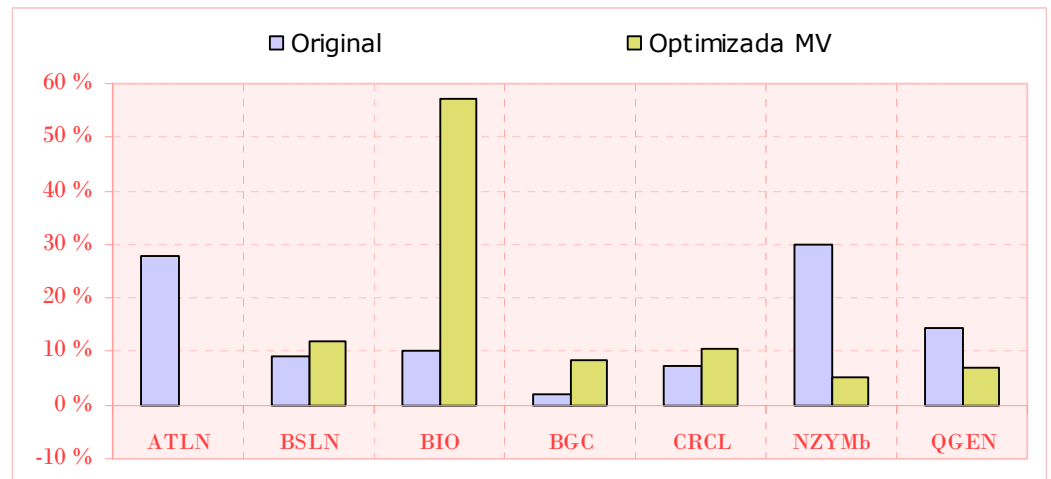


Gráfico 2: Cambios necesarios en la carteras tras incorporar visiones del gestor

En cualquier caso, el gestor se enfrenta a la dificultad de establecer un vector de rentabilidades esperadas y al hecho de que las carteras optimizadas por media y varianza suponen cambios demasiado importantes en la composición de la cartera del inversor que no están plenamente justificados tan sólo para modificar niveles de riesgo. Este hecho sugiere el planteamiento de alternativas de modificación del riesgo, estimamos que la aproximación de optimización inversa de Black Litterman permitiría plantear un modelo de rebalanceo de carteras para adecuarlo al riesgo eliminando inconvenientes de la optimización tradicional.

Optimización de carteras según niveles de riesgo

A diferencia de la optimización clásica por media y varianza, el modelo de Black Litterman emplea un punto de partida, una cartera en equilibrio, es decir, no genera los pesos de cada activo en la cartera, sino que parte de los pesos predefinidos.

Existen distintas formas de establecer el punto de partida inicial. Black (1989) desarrolló una forma de obtener las rentabilidades esperadas en equilibrio de mercado. Como señalan He y Litterman (1999), una de las grandes ventajas

de esta aproximación es que la cartera de partida resulta óptima para la optimización posterior mediante media y varianza. Es decir, la cartera se encuentra en la frontera eficiente.

La metodología Black Litterman permite incorporar las visiones del gestor, generando un nuevo vector de rentabilidades esperadas y una nueva ponderación de los activos.

Matemáticamente, la expresión de los retornos obtenidos por Black Litterman se obtiene como:

$$E[R] = [(\tau \Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P]^{-1} [(\tau \Sigma)^{-1} \Pi + P' \Omega^{-1} Q]$$

- $E[R]$ es el (nuevo) vector de rentabilidades esperadas. $N \times 1$, siendo N el número de activos
- τ es un escalar, un factor de compresión que redimensiona la matriz de covarianzas de los retornos históricos para obtener la de retornos esperados. Dado que la incertidumbre de la media es más baja que la de los retornos, el valor de τ debe ser cercano a cero (por ejemplo, 0,10).
- Σ matriz de covarianzas de los excesos de los retornos, por tanto $N \times N$.
- P es una matriz que identifica los activos sobre los cuáles el gestor tiene una visión distinta al equilibrio. $K \times N$, siendo K el número de visiones que incorpora el gestor
- Ω matriz de incertidumbre de las visiones. Dimensión $K \times K$.
- Π vector de rentabilidades en equilibrio obtenido por optimización inversa
- Q vector con la modificación de la rentabilidad esperada sobre el equilibrio de cada visión. Dimensión $K \times 1$.

Supongamos que las visiones del gestor, de haberlas, ya han sido incorporadas a la cartera de partida, por lo que refleja exactamente la percepción del mercado del gestor y la cartera que, idealmente, mantendría para su cliente inversor.

Ahora bien, el nivel de riesgo es independiente de consideraciones como rentabilidades esperadas, varianzas, covarianzas y volatilidades. Este nivel de riesgo lo establece el gestor para adecuarlo al nivel que el perfil de riesgo que ese inversor exige y así cumplir con la normativa Mifid.

Optimización inversa

Mediante la metodología previamente explicada de optimización inversa, se obtienen las rentabilidades implícitas de la cartera.

Considerando niveles de aversión al riesgo gamma de 3,5 y un tipo de interés sin riesgo del 4%, obtenemos las siguientes rentabilidades implícitas (en adelante emplearemos el término implícito en lugar de esperado para referirnos a las rentabilidades):

Dow Jones STOXX TMI Biotechnology				
ISIN	Valor	Código ¹	Ponderación	Rentabilidad implícita
CH0010532478	ACTELION N	A1	27,8%	17,8%
CH0011432447	BASILEA PHARMACEUTICA	A2	8,9%	10,6%
CH0001441580	BB BIOTECH	A3	10,0%	9,2%

¹ En la tabla 2 se ha asignado un código a cada activo de la cartera para facilitar la posterior exposición en tablas.

GB0001001592	BTG	A4	1,9%	8,0%
NL0000358562	CRUCCELL	A5	7,2%	10,8%
DK0010272129	NOVOZYMES	A6	29,9%	13,4%
NL0000240000	QIAGEN	A7	14,3%	11,9%

Tabla 6: rentabilidades implícitas de la cartera inicial

Dichas rentabilidades son las que emplearemos en un entorno de optimización de media y varianza. Con ello, estableceremos la frontera eficiente en la cual se encontrará, por definición, la cartera original con un nivel de riesgo determinado.

Frontera eficiente por media y varianza

La frontera por media y varianza de un conjunto de activos es el límite que produce el set de medias y varianzas de las rentabilidades (retornos) de todas las posibles carteras. Este límite, o frontera, puede obtenerse minimizando la varianza para un nivel de rentabilidad determinado. En cada cartera posible, se empleará la varianza para determinar el nivel de riesgo (como medida de la volatilidad).

Para cada nivel de riesgo existe un conjunto de rentabilidades posibles, con un máximo y mínimo. En adelante, nos referiremos a la frontera eficiente como la parte superior (máximas rentabilidades), ignorando la inferior (rentabilidad mínima para un nivel de riesgo).

En el caso de activos con riesgo la frontera se curva. Si se emplea tipo de interés sin riesgo la frontera es recta, permitiendo más posibilidades. Existe un punto de tangencia de la frontera curva con la frontera que surge de emplear el tipo de interés sin riesgo como un activo más. La cartera en este punto es, teóricamente, óptima. (Véase el gráfico 1).

Siguiendo la exposición de Cochrane (2001), para que exista una frontera eficiente debe cumplirse que existe una frontera por media y varianza en la medida en que la matriz de varianzas y covarianzas de las rentabilidades (retornos) sea no singular².

Es decir, si existiesen dos activos con correlación perfecta pero distinta rentabilidad, podría arbitrarse mediante una posición corta y otra larga con rentabilidades infinitas sin riesgo, violando la ley de un único precio.

La aproximación de Lagrange permite solucionar el cálculo de la frontera de media y varianza por fuerza bruta, mediante un problema de optimización que minimice la varianza de una cartera dada una media determinada, teniendo en cuenta el vector de rentabilidades de los activos R , el vector de media de las rentabilidades E , la matriz de varianzas y covarianzas Σ , las ponderaciones de la cartera ω y que $\omega'1=1$ (la suma de las ponderaciones es uno).

Carteras óptimas por media y varianza

Volviendo a las rentabilidades implícitas observadas en la tabla 2, construimos la frontera eficiente. Al variar el nivel de riesgo de la cartera, nos desplazamos por la frontera eficiente, variando la ponderación de los activos.

En la tabla 7 pueden verse los cálculos realizados con las rentabilidades implícitas de la cartera del inversor manteniendo el resto de datos constantes.

² Una matriz A de dimensiones $n \times n$ se dice que es invertible o no singular si existe una matriz B de dimensiones $n \times n$ tal que $AB = BA = I_n$, donde I_n denota la matriz identidad de orden n (dimensiones $n \times n$).

Se ha calculado un conjunto de veinte carteras, separadas a intervalos regulares en la frontera eficiente, si bien la cantidad obtenida de carteras puede variarse sin complicación, dependiendo del grado de precisión que quiera obtenerse y la potencia de cálculo que quiera emplearse.

En la tabla se ha destacado la cartera número 15, la que correspondería a la cartera del inversor (de nuevo matizar que la imprecisión se debe a emplear 20 carteras en lugar de una cifra superior, que complicaría la exposición en tablas).

Cartera	Riesgo	RoR	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	VaRanual
1	13,4%	10,3%	1,9%	11,3%	53,4%	5,8%	9,2%	12,3%	6,1%	22,1%
2	13,5%	10,7%	5,1%	11,0%	48,0%	5,4%	8,9%	14,5%	7,1%	22,1%
3	13,6%	11,1%	8,3%	10,7%	42,6%	4,9%	8,7%	16,7%	8,2%	22,4%
4	13,9%	11,5%	11,6%	10,4%	37,2%	4,4%	8,4%	18,9%	9,2%	22,8%
5	14,2%	11,9%	14,8%	10,1%	31,8%	3,9%	8,2%	21,1%	10,2%	23,4%
6	14,7%	12,3%	18,0%	9,8%	26,3%	3,4%	8,0%	23,3%	11,2%	24,1%
7	15,2%	12,7%	21,3%	9,5%	20,9%	2,9%	7,7%	25,4%	12,2%	25,0%
8	15,8%	13,1%	24,5%	9,2%	15,5%	2,4%	7,5%	27,6%	13,3%	26,0%
9	16,4%	13,5%	27,7%	8,9%	10,1%	1,9%	7,2%	29,8%	14,3%	27,0%
10	17,1%	13,9%	30,9%	8,7%	4,7%	1,4%	7,0%	32,0%	15,3%	28,2%
11	17,9%	14,2%	34,3%	8,1%	0,0%	0,8%	6,5%	34,2%	16,1%	29,5%
12	18,8%	14,6%	38,9%	5,7%	0,0%	0,0%	3,9%	36,3%	15,2%	30,9%
13	19,8%	15,0%	43,9%	2,8%	0,0%	0,0%	0,9%	38,5%	13,9%	32,5%
14	20,9%	15,4%	49,6%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	39,7%	10,7%	34,4%
15	22,2%	15,8%	56,3%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	39,5%	4,2%	36,5%
16	23,7%	16,2%	63,9%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	36,1%	0,0%	39,0%
17	25,5%	16,6%	72,9%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	27,1%	0,0%	42,0%
18	27,7%	17,0%	81,9%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	18,1%	0,0%	45,6%
19	30,1%	17,4%	91,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	9,0%	0,0%	49,5%
20	32,7%	17,8%	100,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	53,8%

Tabla 7: ponderaciones en la frontera eficiente

Observemos gráficamente la frontera eficiente con el clásico trazado de rentabilidad esperada (implícita en la cartera) y riesgo. Por motivos ilustrativos hemos sustituido la medición habitual del riesgo con volatilidad por una medición directa del VaR anual.

Frontera eficiente

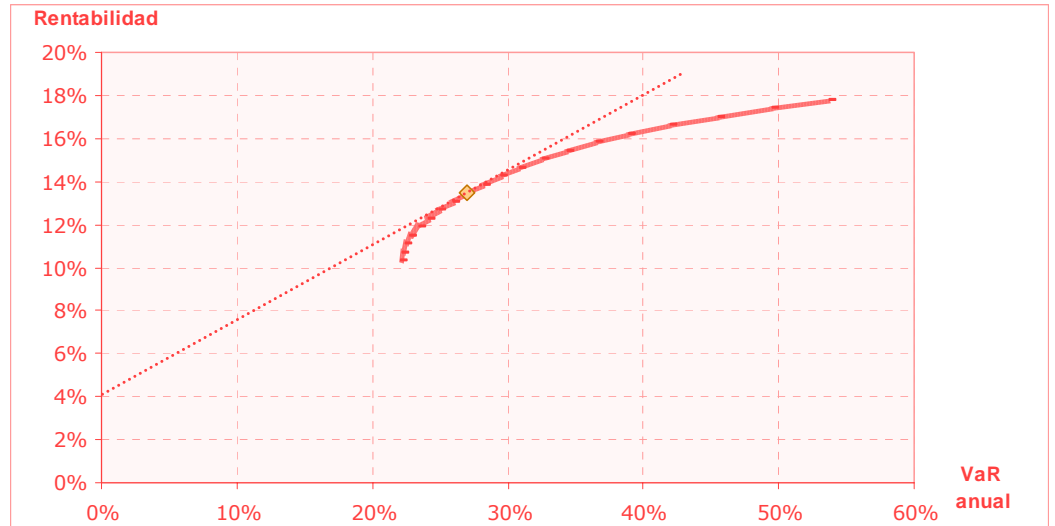


Gráfico 3: Frontera eficiente

En la tabla 7 y en el gráfico 3, destacamos la cartera actual con un 27% de VaR anual y una rentabilidad implícita del 13,5%.

Puede observarse la posición de la cartera respecto a la frontera eficiente y la tangencia respecto a la frontera resultante incluyendo tipo de interés sin riesgo al 4%.

Adaptación al perfil del cliente

El perfil de riesgo del inversor exige que el VaR anual no supere el 24%. El gestor debe adecuar la ponderación de la cartera, manteniendo la visión de mercado que dicha cartera presentaba originalmente.

Para ello deberá seleccionar una ponderación de cartera que se encuentre entre la primera y la quinta. Supongamos que selecciona la cuarta.

Cartera	Riesgo	RoR	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	VaRanual
1	13,4%	10,3%	1,9%	11,3%	53,4%	5,8%	9,2%	12,3%	6,1%	22,1%
2	13,5%	10,7%	5,1%	11,0%	48,0%	5,4%	8,9%	14,5%	7,1%	22,1%
3	13,6%	11,1%	8,3%	10,7%	42,6%	4,9%	8,7%	16,7%	8,2%	22,4%
4	13,9%	11,5%	11,6%	10,4%	37,2%	4,4%	8,4%	18,9%	9,2%	22,8%
5	14,2%	11,9%	14,8%	10,1%	31,8%	3,9%	8,2%	21,1%	10,2%	23,4%
...

Tabla 8: carteras en el rango de VaR adecuado

En la tabla 9 puede observarse la comparación entre las carteras, siendo la cuarta la nueva cartera y la novena la original.

Cartera	Riesgo	RoR	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	VaRanual
4	13,9%	11,5%	11,6%	10,4%	37,2%	4,4%	8,4%	18,9%	9,2%	22,8%
9	16,4%	13,5%	27,7%	8,9%	10,1%	1,9%	7,2%	29,8%	14,3%	27,0%

Tabla 9: Comparación de la cartera nueva (cartera 4) y la original (cartera 9)

Para ajustar la cartera de 250.000 euros a la nueva distribución, el gestor calcula el valor en euros de los nuevos pesos y el número de títulos necesarios.

Para ajustar la cartera debería realizar las siguientes modificaciones:

1. Venta de:

- 1567 acciones de A1 – ACTELION N
- 75 acciones de A6 - NOVOZYMES
- 1199 acciones de A7 - QIAGEN

2. Compra de:

- 21 acciones de A2 – BASILEA PHARMACEUTICA
- 918 acciones de A3 – BB BIOTECH
- 54 acciones de A4 - BTG
- 196 acciones de A5 - CRUCELL

Código	Precio	Cartera original (9)		Cartera nueva (4)		Diferencias	
		Pesos	Títulos	Pesos	Títulos	Pesos	Títulos
A1	25,84	27,8%	2685	11,6%	1118	+16	-1567
A2	176	8,9%	126	10,4%	147	-1	+21
A3	73,9	10,0%	339	37,2%	1257	-27	+918
A4	113	1,9%	42	4,4%	96	-2	+54
A5	15,52	7,2%	1163	8,4%	1359	-1	+196
A6	362,5	29,9%	205	18,9%	130	+11	-75
A7	10,68	14,3%	3347	9,2%	2148	+5	-1199

Tabla 10: Ajustes necesarios en las carteras

Cálculos con otros sectores

En el presente artículo se han realizado cálculos que permiten rebalancear una cartera basada en un subsector del EuroStoxx, concretamente el Dow Jones STOXX TMI Biotechnology.

No obstante, se han realizado pruebas sobre el resto de sectores, y si bien la cantidad de datos exceden las posibilidades de mostrarlos en este artículo, sí se ha observado que la metodología es aplicable a todas las carteras planteadas.

Cálculos masivos

Una de las necesidades que las instituciones gestoras se encuentran en la adaptación a la normativa Mifid es la necesidad de realizar cálculos masivos. Una de las ventajas del proceso descrito en este artículo es que permite la automatización de los ajustes que una gestora tiene que realizar para mantener a la totalidad de sus clientes en los niveles de riesgo requeridos.

Los cálculos masivos generarían la totalidad de operativa que debe realizarse para cada cartera y la agregación de posiciones para su ejecución por parte de las mesas de operaciones de mercado.

Conclusiones

La necesidad de adaptación a la normativa Mifid de control de riesgos requiere un proceso continuo de monitorización y posible ajuste de las carteras de todos los clientes inversores. Mediante la realización de un test de idoneidad el gestor debe comprobar el nivel de riesgo de las carteras de sus clientes y adaptar las carteras al perfil del inversor.

La aproximación clásica por media y varianza no parece adecuada, dado los numerosos problemas prácticos que genera. Por ello se propone un método que mantiene de forma fiel los parámetros de las carteras, procediendo al ajuste exclusivamente de niveles de riesgo.

Con ello se consigue un paso importante tanto para las instituciones financieras como para las autoridades encargadas del control de las mismas. Dicho paso permite separar las áreas de actividades de una institución, por ejemplo en comités de asset allocation, departamentos de análisis y gestión de la actividad y el estricto control de riesgos y adecuación a Mifid, que podría realizarse por separado dado que partiría de las carteras ya diseñadas por los gestores.

Referencias y Bibliografía

- Black, Fischer and Robert Litterman, Asset Allocation: Combining Investor Views With Market Equilibrium, Goldman, Sachs & Co., Fixed Income Research, September 1990.
- Black, Fischer and Robert Litterman, Global Portfolio Optimization, Financial Analysts Journal, pages 28-43, September-October 1992.
- Black, Fischer, Universal Hedging: Optimizing Currency Risk and Reward in International Equity Portfolios, Financial Analysts Journal, pages 16-22, July-August 1989.
- F. Black, "Equilibrium Exchange Rate Hedging," National Bureau of Economic Research Working Paper No. 2947 (April 1989)
- Markowitz, Harry, Portfolio Selection, Journal of Finance, pages 77-91, March 1952.
- He, Guangliang and Litterman, Robert, The Intuition Behind Black-Litterman Model Portfolios, Goldman, Sachs & Co., Investment Management Research, Diciembre 1999.
- Best, Michael J. and Grauer, Robert R., On the sensitivity of mean-variance-efficient portfolios to changes in asset means: some analytical and computational results, The review of Financial Studies, Volume 4, Issue 2 (1991), 315-342.
- Merton, Robert C, On Estimating the expected return on the market, an exploratory investigation, Journal of Financial Economics 8 (1980) 323-361.
- Cochrane, John H., Asset pricing, Princeton University Press, (2001).
- COMMISSION OF THE EUROPEAN COMMUNITIES, Implementing Directive 2004/39/EC of the European Parliament and of the Council as regards organisational requirements and operating conditions for investment firms, and defined terms for the purposes of that Directive.

